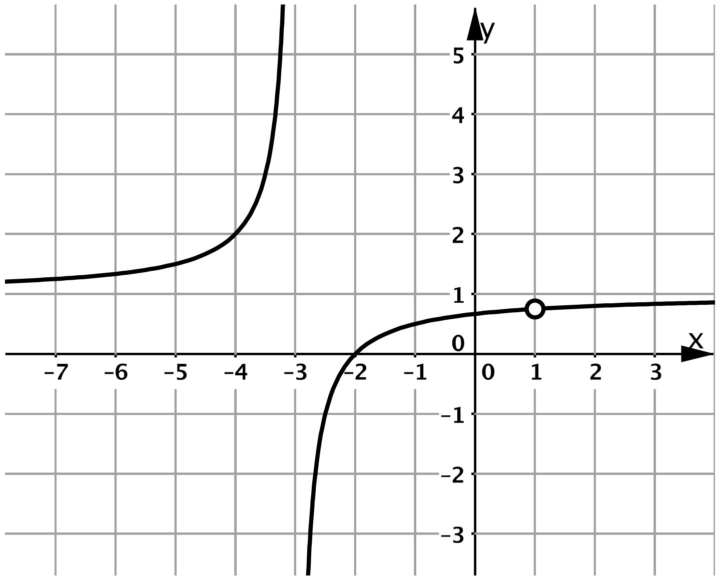
Mathe 10 | Blatt 42   gebrochen-rationale Funktionen



$$f(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2+2x-3}$$

maximale Definitionsmenge:

$$0=x^2+2x-3 \Rightarrow x_1=1;\, x_2=-3$$

$$D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

Nullstellen:

$$0=x^2+x-2 \Rightarrow x_3=1;\, x_4=-2$$

x_1 ist eine einfache Nullstelle des Zählers und des Nenners. Es ist also eine hebbare Definitionslücke.

Die Definitionslücke bei x_2 ist nicht hebbar und somit eine Polstelle.

Aufgabe 1:

- Bestimme die maximale Definitionsmenge.
- Berechne die Nullstellen.
- Untersuche die Funktion auf Symmetrie zum Koordinatenursprung.
- Gebe die Art der Definitionslücken an.
- Skizziere den Graph der Funktion mit Hilfe einer Wertetabelle und zeichne die Asymptoten ein.

a) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ b) $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+4}$ c) $f(x)=\frac{x^2-0,5x-3}{x^2-1,5x-4,5}$

d) $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2-x-12}$ e) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x+1}$ f) $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+9}$

g) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ h) $f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+4}$ i) $f(x)=\frac{x^2+1,5x-1}{x^2-4}$

Aufgabe 2: Bestimme die Grenzwerte für x gegen Plus- und Minusunendlich.

a) $f(x)=\frac{2x^2-3}{x^2-x+5}$ b) $f(x)=\frac{x^2-4x}{x^3+2}$ c) $f(x)=\frac{x^1-0,5x^3-3}{2x^2-4}$

d) $f(x)=\frac{3x^2-4x}{x^2-2x-7}$ e) $f(x)=\frac{x^2-x^3-3}{x^3+4}$ f) $f(x)=\frac{x^2-9x}{x^3+9x^2}$

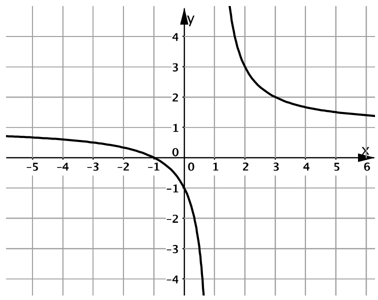
g) $f(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+1}$ h) $f(x)=\frac{x^3+x-2}{x^2+7x+2}$ i) $f(x)=\frac{x^2+1,5x-x^3}{x^3-4}$

Lösungshinweise

a) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

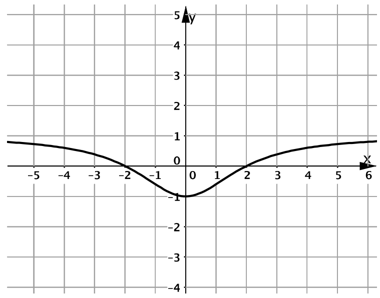
Nullstellen: $x_1=-1$



b) $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+4}$

$D=\mathbb{R}$

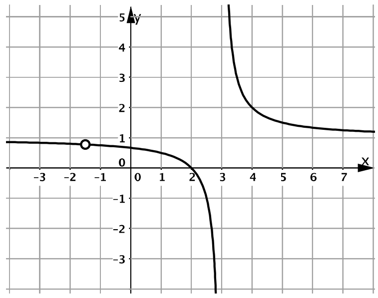
Nullstellen: $x_1=-2;\quad x_2=2$



c) $f(x)=\frac{x^2-0{,}5x-3}{x^2-1{,}5x-4{,}5}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1{,}5;3\}$

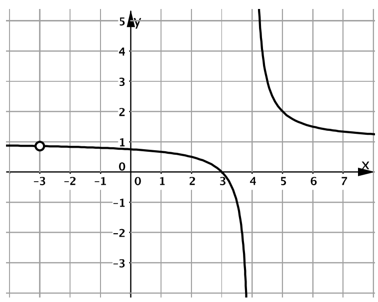
Nullstellen: $x_1=2$



d) $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2-x-12}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3;4\}$

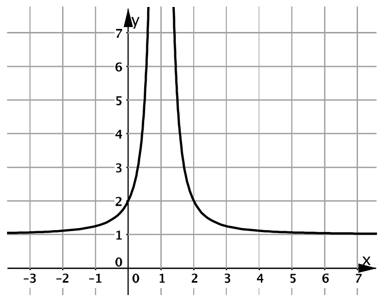
Nullstellen: $x_1=3$



e) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x+1}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

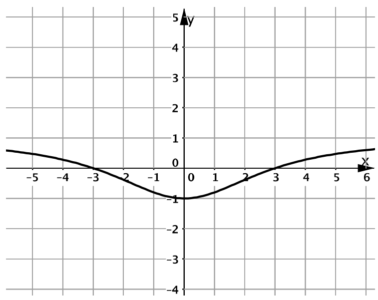
Nullstellen: es gibt keine



f) $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+9}$

$D=\mathbb{R}$

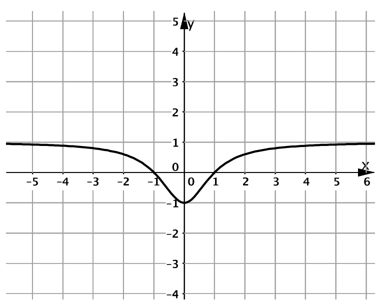
Nullstellen: $x_1=-3;\quad x_2=3$



g) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

$D=\mathbb{R}$

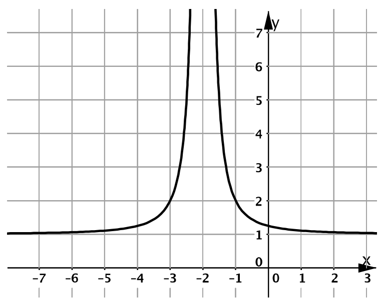
Nullstellen: $x_1=-1;\quad x_2=1$



h) $f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+4}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

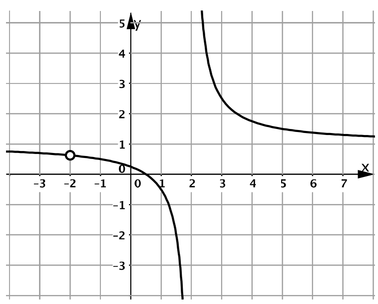
Nullstellen: es gibt keine



i) $f(x)=\frac{x^2+1{,}5x-1}{x^2-4}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$

Nullstellen: $x_1=0{,}5$



Aufgabe 2: a) 2; b) 0; c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$; d) 3; e) -1; f) 0; g) 2;
h) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$; i) -1