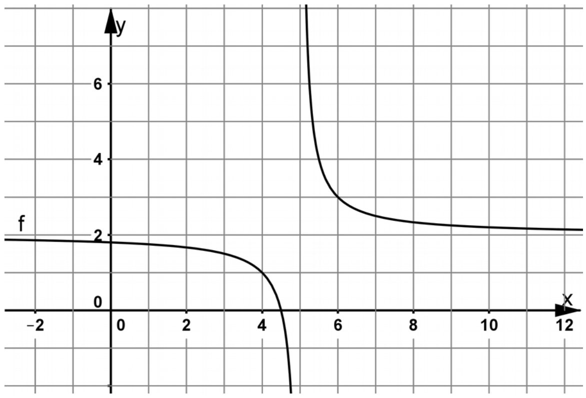
Mathe 10 – Blatt 18 | Hyperbeln   Datum: _______________

Graphen von Bruchfunktionen der Form: $f(x)=\frac{a}{x+b}+c$ nennt man Hyperbeln.

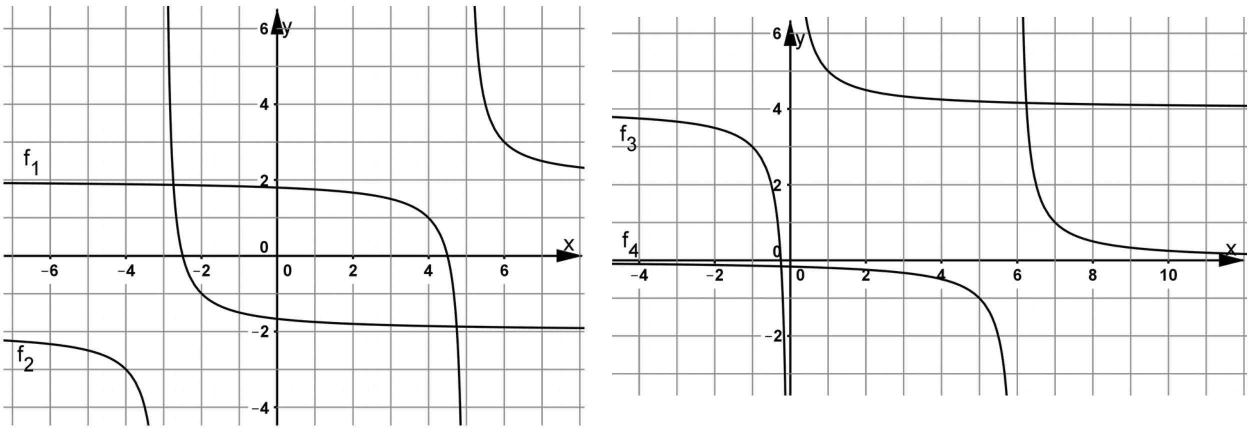
Die maximale Definitionsmenge solcher Funktionen ist $D=\mathbb{R}\setminus\{-b\}$.

Sie haben die senkrechte Asymptote $x=-b$ und die waagrechte Asymptote $y=c$.

Beispiel: Die Funktion $f(x)=\frac{1}{(x-5)}+2$ mit der maximalen Definitionsmenge $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$ hat die senkrechte Asymptote x = 5 und die waagrechte Asymptote y = 2.



Aufgabe 1: Die abgebildeten Graphen sind durch verschieben des Graphen der Funktion $f(x)=\frac{1}{x}$ entstanden. Bestimme senkrechte und wagrechte Asymptote, stelle die Funktionsgleichung auf und gib die maximale Definitionsmenge an.



Aufgabe 2: Bestimme die Definitionslücke und erstelle eine Wertetabelle mit 2 Längeneinheiten um die Definitionslücke und einer Schrittweite von 0,5. Zeichne den Graphen.

a) $f_1(x)=\frac{1}{x-5}+3$

b) $f_2(x)=\frac{1}{x+3}-2$

Aufgabe 3: Bestimme Die Definitionsmenge und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f_1(x)=\frac{5}{x+7}+8$

b) $f_2(x)=\frac{2}{x-3}+10$

c) $f_3(x)=3\cdot\frac{1}{x+2}+12$

Aufgabe 4: Stelle die Gleichung einer Hyperbel mit folgenden Eigenschaften (Asymptoten oder Punkte des Graphen) auf:

a) Asymptoten: $x=7$; $y=1$ P(11|1,5)	b) Asymptoten: $x=2$; $y=3$ P(5|4)	c) $x=-2$; $y=-7$; P(8|-6,5)
d) Asymptote: $x=-5$ P(3|2,5); Q(-6|-2)	e) Asymptote: $x=-2$; P(1|-13) Q(2|-12,5)	f) $x=1$; P(-2|1) ; Q(7|-2,5)

Lösung

Aufgabe 1: Die abgebildeten Graphen sind durch verschieben des Graphen der Funktion $f(x)=\frac{1}{x}$

a) senkrechte Asymptote: x = 5 ; waagrechte Asymptote: y = 2 ; $f_1(x)=\frac{1}{x-5}+2$; $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$

b) senkrechte Asymptote: x = - 3; waagrechte Asymptote: y = -2 ; $f_1(x)=\frac{1}{x+3}-2$; $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

c) x = 0 ; y = 4 ; $f_1(x)=\frac{1}{x}+4$; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; d) x = 6 ; y = 0 ; $f_1(x)=\frac{1}{x-6}$; $D=\mathbb{R}\setminus\{6\}$

Aufgabe 2:

x	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
$f_1(x)$	2,5	2,3	2	1	/	5	4	3,7	3,5

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1
$f_2(x)$	-2,5	-2,7	-3	-4	/	0	-1	-1,3	-1,5

Vergleiche die Graphen mit der Korrekturfolie!

Aufgabe 3: Bestimme Die Definitionsmenge und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f_1(0)=\frac{5}{0+7}+8=8\frac{5}{7}\Rightarrow S_y(0|8\frac{5}{7})$; $0=\frac{5}{x+7}+8\Rightarrow -8=\frac{5}{x+7}\Rightarrow -8(x+7)=5$

$-8x-56=5\Rightarrow -8x=61\Rightarrow x=\frac{-61}{8}=-7\frac{5}{8}\Rightarrow S_x(-7\frac{5}{8}|0)$; $D=\mathbb{R}\setminus\{-7\}$

b) $S_y(0|9\frac{1}{3})$; $S_x(2{,}8|0)$; $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

c) $S_y(0|13{,}5)$; $S_x(-2\frac{1}{4}|0)$; $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Aufgabe 4: Stelle die Gleichung einer Hyperbel mit folgenden Eigenschaften auf:

a) $f(x)=\frac{2}{x-7}+1$	b) $f(x)=\frac{3}{x-2}+3$	c) $f(x)=\frac{5}{x+2}-7$
d) $f(x)=\frac{4}{x+5}+2$	e) $f(x)=\frac{-6}{x+2}-11$	f) $f(x)=\frac{-3}{x-1}-2$

a) Mit Hilfe der Asymptoten können wir die Funktionsgleichung bis auf den Parameter a bestimmen:

$f(x)=\frac{a}{x-7}+1$; Nun setzen wir die Koordinaten des gegeben Punktes in die Gleichung ein:

$1{,}5=\frac{a}{11-7}+1\Rightarrow 0{,}5=\frac{a}{4}\Rightarrow a=2$

d) Mit Hilfe der gegebenen Asymptote erhalten wir: $f(x)=\frac{a}{x+5}+c$. Die beiden Punkte liefern zwei Gleichungen:

$2{,}5=\frac{a}{3+5}+c\Rightarrow 2{,}5=\frac{1}{8}a+c$ (1) $\qquad -2=\frac{a}{-6+5}+c\Rightarrow -2=-a+c$ (2)

(1) – (2): $2{,}5-(-2)=\frac{1}{8}a-(-a)+c-c\Rightarrow 4{,}5=1{,}125a\Rightarrow a=4$ in (2): $-2=-4+c\Rightarrow c=2$