

Für  $a \geq 0$  ist  $\sqrt{a}$  diejenige nicht negative Zahl, deren Quadrat  $a$  ergibt.  $\sqrt{a}$  heißt Quadratwurzel,  $a$  heißt Radikand.

Es gibt Zahlen (z.B.  $\sqrt{2}$ ), die man nicht als Bruch (rationale Zahl) darstellen kann. Diese Zahlen nennt man irrationale Zahlen. Sie können mit beliebiger Genauigkeit durch rationale Zahlen angenähert werden. Rationale und irrationale Zahlen bilden zusammen die Menge der **reellen Zahlen** ( $\mathbb{R}$ ).

**Rechenregeln:**

Für  $a \geq 0$  gilt:  $\sqrt{a^2} = a$  | Für  $a \leq 0$  gilt:  $\sqrt{a^2} = -a$ . Abkürzend kann man schreiben:  $\sqrt{a^2} = |a|$  (lies: "Die Wurzel aus  $a$  zum Quadrat ist gleich dem **Betrag** von  $a$ .")

Für  $a \geq 0$  und  $b \geq 0$  gilt:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  **Achtung Vorsicht!!**

Für  $a \geq 0$  und  $b > 0$  gilt:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$   $\sqrt{(-4)^2} \neq -4$  und  $\sqrt{3^2+4^2} \neq \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}$

Für  $a \geq 0$  ist  $\sqrt[n]{a}$  diejenige nicht negative Zahl, deren  $n$ -te Potenz  $a$  ergibt.  $\sqrt[n]{a}$  heißt  $n$ -te Wurzel aus  $a$ .

**Aufgabe 1:** Wie lange ist die Seite eines Quadrats mit einem Flächeninhalt von:

- a)  $25 \text{ mm}^2$       b)  $36 \text{ cm}^2$       c)  $9 \text{ m}^2$       d)  $196 \text{ m}^2$       e)  $121 \text{ cm}^2$   
 f)  $0,04 \text{ m}^2$       g)  $144 \text{ dm}^2$       h)  $225 \text{ cm}^2$       i)  $100 \text{ mm}^2$       j)  $1,69 \text{ cm}^2$

**Aufgabe 2:** Löse die Gleichungen

- a)  $x^2 - 9 = 0$       b)  $x^2 - 361 = 0$       c)  $x^2 - 180 = 16$       d)  $x^2 - 40 = 9$   
 e)  $2x^2 = 162$       f)  $2x^2 = 50$       g)  $3x^2 - 12 = 180$       h)  $5x^2 + 93 = 1538$

**Aufgabe 3:** Vereinfache ohne Taschenrechner.

- a)  $\sqrt{81}$       b)  $\sqrt{144}$       c)  $\sqrt{20}$       d)  $\sqrt{72}$       e)  $\sqrt{50}$   
 f)  $\sqrt{(-5)^2}$       g)  $\sqrt{-5+21}$       h)  $\sqrt{(-10)^2}$       i)  $\sqrt{7^4}$       j)  $\sqrt{(-12)^4}$

**Aufgabe 4:** Gib die Definitionsmenge der folgenden Terme an.

- a)  $\sqrt{x-5}$       b)  $\sqrt{2x-8}$       c)  $\sqrt{x^2+2}$       d)  $\frac{2x+13}{3 \cdot x+51}$       e)  $\frac{x^2+5x-7}{2x-98}$

**Aufgabe 5:** Wie lange ist die Kante eines Würfels mit einem Volumen von:

- a)  $125 \text{ cm}^3$       b)  $343 \text{ dm}^3$       c)  $64 \text{ m}^3$       d)  $2744 \text{ m}^3$       e)  $46,656 \text{ mm}^3$

**Aufgabe 6:** Die Standardgrößen für Papierformate in Deutschland sind die vom Deutschen Institut für Normung (DIN) erstmals am 18. August 1922 in der DIN-Norm DIN 476 festgelegten Formate. Entwickelt wurde der Standard vom deutschen Ingenieur Walter Porstmann. Der Entwurf gleicht den in Vergessenheit geratenen Entwürfen aus der Zeit der Französischen Revolution.

Alle Formate lassen sich durch die folgenden Bedingungen herleiten:

1. Die Formate haben das gleiche Seitenverhältnis.
2. Das nächstkleinere Format in einer Reihe entsteht durch Halbierung der langen Seite des vorhergehenden Formats.
3. Das Format A0 hat einen Flächeninhalt von einem Quadratmeter.

- a) Bestimme das Seitenverhältnis.  
 b) Berechne die Abmessungen eines DIN A4 Blattes und überprüfe dein Ergebnis durch nachmessen.

## Lösung

**Aufgabe 1:** Wie lange ist die Seite eines Quadrats mit einem Flächeninhalt von:

- a) 5 mm                      b) 6 cm                      c) 3 m                      d) 14 m                      e) 11 cm  
f) 0,2 m                      g) 12 dm                      h) 15 cm                      i) 10 mm                      j) 1,3 cm

**Aufgabe 2:** Löse die Gleichungen

- a)  $x_1 = 3$  und  $x_2 = -3$                       b)  $x_1 = 19$  und  $x_2 = -19$                       c)  $x_1 = 14$  und  $x_2 = -14$                       d)  $x_1 = 7$  und  $x_2 = -7$   
e)  $x_1 = 9$  und  $x_2 = -9$                       f)  $x_1 = 5$  und  $x_2 = -5$                       g)  $x_1 = 8$  und  $x_2 = -8$                       h)  $x_1 = 17$  und  $x_2 = -17$

**Aufgabe 3:** Vereinfache ohne Taschenrechner.

- a) 9    b) 12    c)  $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$     d)  $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$     e)  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$   
f)  $\sqrt{(-5)^2} = 5$     g)  $\sqrt{-5+21} = \sqrt{16} = 4$     h)  $\sqrt{(-10)^2} = 10$     i)  $\sqrt{7^4} = 7^2 = 49$     j) 144

**Aufgabe 4:** Gib die Definitionsmenge der folgenden Terme an.

- a)  $D = [5; +\infty[$     b)  $D = [4; +\infty[$     c)  $D = \mathbb{R}$     d)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-17\}$     e)  $D = \mathbb{R} \setminus \{49\}$

**Aufgabe 5:** Wie lange ist die Kante eines Würfels mit einem Volumen von:

- a) 5 cm                      b) 7 dm                      c) 4 m                      d) 14 m                      e) 3,6 mm

**Aufgabe 6:** Die Standardgrößen für Papierformate in Deutschland sind die vom Deutschen Institut für Normung (DIN) erstmals am 18. August 1922 in der DIN-Norm DIN 476 festgelegten Formate. Entwickelt wurde der Standard vom deutschen Ingenieur Walter Porstmann. Der Entwurf gleicht den in Vergessenheit geratenen Entwürfen aus der Zeit der Französischen Revolution.

Alle Formate lassen sich durch die folgenden Bedingungen herleiten:

- Die Formate haben das gleiche Seitenverhältnis.
- Das nächstkleinere Format in einer Reihe entsteht durch Halbierung der langen Seite des vorhergehenden Formats.
- Das Format A0 hat einen Flächeninhalt von einem Quadratmeter.

a) Bestimme das Seitenverhältnis.

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{2}b}{a} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) Berechne die Abmessungen eines DIN A4 Blattes und überprüfe dein Ergebnis durch nachmessen.

DIN A0 entspricht  $1 \text{ m}^2$                        $a \cdot b = \frac{1}{16} \text{ m}^2$  (1)

DIN A1 entspricht  $\frac{1}{2} \text{ m}^2$                        $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2} b$  (2)

DIN A2 entspricht  $\frac{1}{4} \text{ m}^2$                       (2) in (1):  $\frac{\sqrt{2}}{2} b \cdot b = \frac{1}{16} \text{ m}^2 \Rightarrow b^2 = \frac{2}{16 \cdot \sqrt{2}} \text{ m}^2 \Rightarrow b \approx 0,297 \text{ m}$  (3)

DIN A3 entspricht  $\frac{1}{8} \text{ m}^2$                       (3) in (2):  $a = \frac{\sqrt{2}}{2} b = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,297 \text{ m} \approx 0,210 \text{ m}$

DIN A4 entspricht  $\frac{1}{16} \text{ m}^2$